

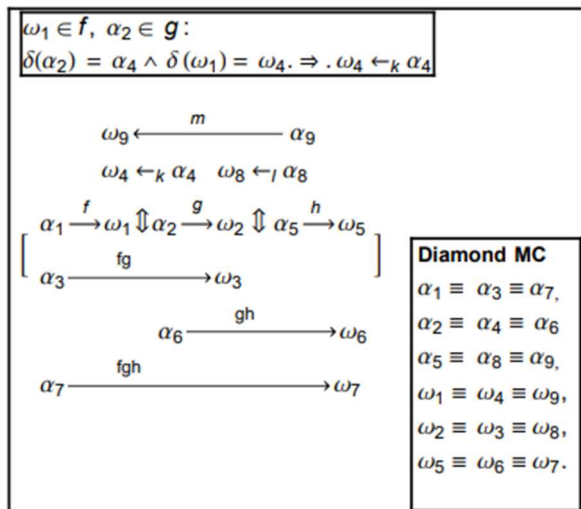
Prof. Dr. Alfred Toth

Triaden quaternärer Bi-Zeichen

1. Gegeben sei die präsemiotische Relation

$$Z^0 = (0, 1, 2, 3).$$

Wenn wir sie auf einen quaternären Diamond abbilden (vgl. Kaehr 2009, S. 65)



erhalten wir wegen der Matrixdekomposition

$$0 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3 \circ 0 \rightarrow 3$$

und durch Permutation (vgl. Toth 2025)

$$0 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$0 \rightarrow 3 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3,$$

aber nicht

$$0 \rightarrow 0 \circ 3 \rightarrow 1 \circ 0 \rightarrow 3,$$

da die Dekomposition Automorphismen ausschließt. In anderen Worten: Wir bekommen für quaternäre Relationen Triaden und nicht Tetraden von Bi-Zeichen. Da es insgesamt $V(6, 4) = 6!/(6-4)! = 360$ Möglichkeiten gibt, können wir die Grundstrukturen, d.h. diejenigen, die chiastische und symmetrische Systeme von externen und internen Umgebungen erzeugen, wie folgt abstrakt aus der Gesamtmenge herausfiltern:

$$x \rightarrow 0 \circ y \rightarrow z \circ x \rightarrow z \quad (x \neq 0)$$

$$x \rightarrow 1 \circ y \rightarrow z \circ x \rightarrow z \quad (x \neq 1)$$

$$x \rightarrow 2 \circ y \rightarrow z \circ x \rightarrow z \quad (x \neq 2)$$

$$x \rightarrow 3 \circ y \rightarrow z \circ x \rightarrow z \quad (x \neq 3)$$

Setzen wir $x, y, z \in (0, 1, 2, 3)$ ein, bekommen wir die folgenden 4 Triaden:

$$0 \rightarrow 1 \circ 0 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$0 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$0 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$1 \rightarrow 0 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$1 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 1 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$1 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$2 \rightarrow 0 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$2 \rightarrow 1 \circ 0 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 0 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 0 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3 \circ 0 \rightarrow 3$$

2. Die dazugehörigen Bi-Zeichen sind

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1 & & \leftarrow & & 0 & \\
 & | & & & & | & \\
 & 1 & \leftarrow & 0 & & 2 & \leftarrow & 0 \\
 & | & & | & & | & & | \\
 0 & \rightarrow & 1 & \circ & 0 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
 | & & & & & & & & & & | \\
 0 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & 3 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
 & & | & & & & & & | & & \\
 & & 3 & \leftarrow & 0 & & 2 & \leftarrow & 0 & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
 0 & \rightarrow & 3 & \circ & 0 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 1 \\
 | & & & & & & & & & & | \\
 0 & & & & & \rightarrow & & & & & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & 2 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
 & & | & & & & & & | & & \\
 & & 2 & \leftarrow & 1 & & 3 & \leftarrow & 0 & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
 0 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow & 3 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
 | & & & & & & & & & & | \\
 0 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & 3 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
 & & | & & & & & & | & & \\
 & & 3 & \leftarrow & 1 & & 3 & \leftarrow & 0 & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
 0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 3 & \circ & 0 & \rightarrow & 2 \\
 | & & & & & & & & & & | \\
 0 & & & & & \rightarrow & & & & & 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & & 3 & & & \leftarrow & & & 0 & & & \\
 & & | & & & & & & | & & & \\
 & & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 0 & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & \\
 0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 & \\
 | & & & & & & & & & & | & \\
 0 & & & & & \rightarrow & & & & & 3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & & 3 & & & \leftarrow & & & 0 & & & \\
 & & | & & & & & & | & & & \\
 & & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 0 & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & \\
 0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 & \\
 | & & & & & & & & & & | & \\
 0 & & & & & \rightarrow & & & & & 3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & & 0 & & & \leftarrow & & & 0 & & & \\
 & & | & & & & & & | & & & \\
 & & 0 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 0 & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & \\
 1 & \rightarrow & 0 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 & \\
 | & & & & & & & & & & | & \\
 1 & & & & & \rightarrow & & & & & 3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 1 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 1 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow & 0 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 2 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 2 & \leftarrow & 0 & & 1 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 1 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
1 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 1 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 0 & & 1 & \leftarrow & 1 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 0 & \rightarrow & 1 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & \leftarrow & & 0 & & & & \\
& & | & & & & | & & & & \\
& & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
1 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
1 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & \leftarrow & & 1 & & & & \\
& & | & & & & | & & & & \\
& & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 1 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 0 & & \leftarrow & & 0 & & & & \\
& & | & & & & | & & & & \\
& & 0 & \leftarrow & 2 & & 1 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
2 & \rightarrow & 0 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
2 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 2 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 2 & & 1 & \leftarrow & 2 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 0 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 1 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 1 & \leftarrow & 0 & & 2 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
2 & \rightarrow & 1 & \circ & 0 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
2 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 2 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 0 & & 2 & \leftarrow & 2 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 0 & \rightarrow & 2 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
2 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
2 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

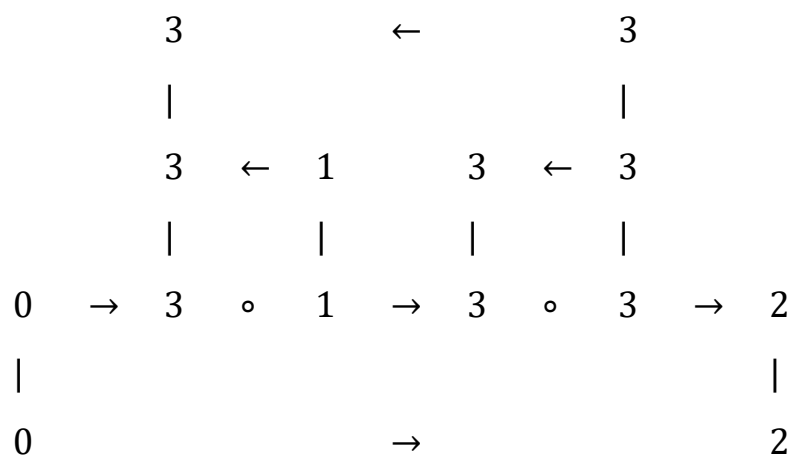
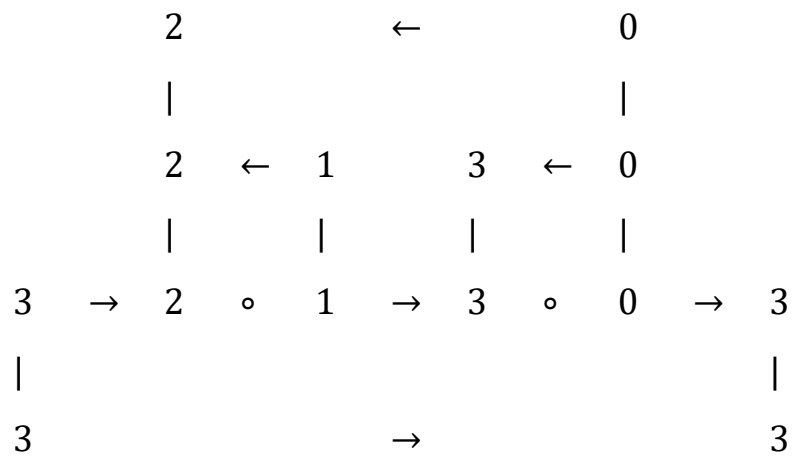
$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 2 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 2 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 2 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 0 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 0 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
3 & \rightarrow & 0 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
3 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 3 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 1 & & 2 & \leftarrow & 3 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 3 & \rightarrow & 0 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 1 & & & \leftarrow & & & 0 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 1 & \leftarrow & 2 & & 3 & \leftarrow & 0 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
3 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 3 & \circ & 0 & \rightarrow & 3 \\
| & & & & & & & & & & | \\
3 & & & & & \rightarrow & & & & & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & 3 & & & \leftarrow & & & 3 & & \\
& & | & & & & & & | & & \\
& & 3 & \leftarrow & 2 & & 3 & \leftarrow & 3 & & \\
& & | & & | & & | & & | & & \\
0 & \rightarrow & 3 & \circ & 2 & \rightarrow & 3 & \circ & 3 & \rightarrow & 1 \\
| & & & & & & & & & & | \\
0 & & & & & \rightarrow & & & & & 1
\end{array}$$



Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

Toth, Alfred, Grundstrukturen quaternärer Diamonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

31.5.2025